



## Sezgisel Metotlar

-5-

### Sıralama ve çizelgeleme

- Sıralama ve çizelgeleme (Sequencing and Scheduling) imalat sanayi ve hizmet sektöründe verimliliğin artışında önemli bir role sahip ve aslında bir karar verme sürecidir.
- Mevcut rekabet dünyasında, enstitülerin hayatta kalabilmesi için, gelen işlerin ve siparişlerinin doğru bir şekilde sıralanması ve çizelgelenmesi gerekmektedir.
- Gerçek dünyada genelde teslim tarihsiz herhangi bir sipariş yoktur.
  - Sıralama: işlemlerinin sırasını belirleme
  - Çizelgeleme: Kaynaklar üzerindeki işlemlerin başlangıç ve bitiş zamanlarını belirleme
- Aslında, işlemlerin çizelgesini belirlemek için, işlemlerin ilk önce **sırası** belirlenmelidir.
- Örneğin, şirketlerin müşteriye elinde tutmak için müşteriye zamanında ürün göndermesi gerekir.
- Siparişleri zamanında karşılayamayan kurumlar kademeli olarak rekabet dışı bırakılacaktır.



## Sıralama ve çizelgeleme

- **Çizelgeleme** sınırlı kaynakların yapılması gereken işlemlere tahsisini ifade eder. Aslında, çizelgeleme, bir veya daha fazla hedefi optimize etmeyi amaçlayan **karar verme problemlerinden** biridir.



**Kaynaklar ve faaliyetler (işler) için çok sayıda örnek verilebilir:**

**Kaynaklar:** bir atölyedeki makineler, uçağa uçurulan pilotlar ve hostesler, havayollarındaki uçan uçaklar, bilgisayardaki işlemci birimleri, tez için başvuran öğrenciler ve mevcut hocalar vb.

**Faaliyet veya işler:** Bir ürün üretmek için gereken işler, hava limanlarında uçakların iniş ve kalkışları. Bir inşaat projesinin farklı aşamaları, bir bilgisayar programını koşturmak vb.

04.04.2021

## Sıralama ve çizelgeleme

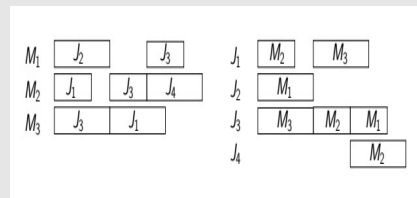
Çizelgeleme problemlerinde, işlerin yapılma sırasının belirlenmesi amacı farklı olabilir. Bunlardan bazıları şunlardır:

- Maksimum tamamlanma zamanının en aza indirilmesi (makespan)
- Teslim tarihten sonra tamamlanan iş sayısının en aza indirilmesi
- Toplam akış süresinin en aza indirilmesi
- Toplam erken teslim sürelerini en aza indirilmesi

**Çizelgeleme, ulaştırma, dağıtım ve diğer hizmet sektörlerinde çeşitli uygulamalara sahiptir.**

**Kurallar ve semboller :**

- Bütün çizelgeleme problemlerinde işlerin ve makinelerin sayılarının sonlu olduğu varsayılır.
- İşlerin sayısı  $n$  ve makinelerin sayısı  $m$  ile gösterilir. Genellikle  $j$  indisi işi,  $i$  indisi ise makineyi temsil eder.
- Eğer bir iş işlemleri veya operasyonları gerektiriyorsa,  $(i, j)$  çifti  $j$  işinin  $i$  makinesinde işleneceğini göstermektedir.



04.04.2021

## Sıralama ve çizelgeleme

### Kurallar ve semboller :

- **işlem süresi ( $P_{ij}$ ):** j. iş için i. makinede işlem süresi
- **İş başlangıç tarihi ( $r_j$ ):** Atölyeye bir işin makinelerde işlem yapmaya hazır olduğu zamandır. Yani, bir iş üzerinde işlem yapmaya başlayabileceğiniz en erken zamandır.
- **Teslim tarihi ( $d_j$ ):** Üreticinin işi müşteriye teslim etmeyi taahhüt ettiği zamandır. Teslim tarihinden sonra müşteriye ürün teslimatı mümkündür ancak üretici gecikme için bir ceza ödemelidir.
- **Ağırlık( $w_j$ ):** Her işin ağırlığı, aslında bir işin sistemdeki diğer işlerle kıyasla önemini gösterir.

Bir çizelgeleme problemi üç alan sembolü ( $\alpha$  |  $\beta$  |  $\gamma$ ) ile tanımlanmaktadır.

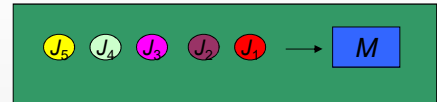
- ❖  $\alpha$  Makinenin veya kaynağın durumunu gösterir ve genellikle bir sembolü vardır.
- ❖  $\beta$  işlerin nasıl işlendiğinin ayrıntılarını ve kısıtlamalarını açıklar. Bu alanda Birden fazla sembol olabilir.
- ❖  $\gamma$  Problemin amaç fonksiyonunu ifade eder ve genellikle yalnızca bir sembol içerir.

04.04.2021

### $\alpha$ alanı için birkaç örnek durum:

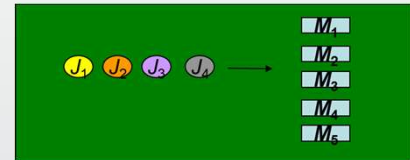
#### Tek Makine (kaynak) (1):

- En basit durumdur ve genellikle diğer konuların özel durumu olarak kabul edilir.
- Bu duruma Tek Makine denir (Örneğin, tek bir satış kasası olan bir mağaza).



#### Özdeş paralel makineler ( $P_m$ ):

- Birden çok özdeş makine paralel olarak çalışabilir.
- j işi paralel makinelerden biri tarafından yapılmalıdır.
- Bir iş, yalnızca bazı makinelerde işlenebiliyorsa,  $M_j$  sembolü  $\beta$  alanında gösterilmelidir.
- Örnek olarak, havaalanlarındaki fiziksel denetim veya pasaport kontrol noktaları.



04.04.2021

## $\alpha$ alanı için birkaç örnek durum:

### Akış Tipi (Fm):

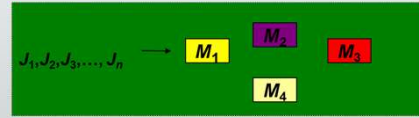
- m adet seri şekilde yerleşmiş makine vardır.
- Tüm işler makinelerin hepsinde aynı sıra ile işlem görmektedirler.
- Bir iş bir makine tarafından işlendikten sonra, sonraki makine kuyruğuna girer.
- Genellikle her kuyruktaki hizmet politikası FIFO şeklindedir.
- Eğer işlerin işlenmesinde politika durumun FIFO ise permütasyon akışı tipi olarak adlandırılır ve prmu sembolü  $\beta$  alanına eklenir.



### Atölye Tipi (Jm):

- Bu modelde m adet makine mevcut ve her işin kendine özel üretim süreci vardır.
- Bir iş, bir makinede birden çok kez işlenebilir.
- Bir işin bir makineye birden çok kez işlem görmesi gerektiği durumda, Recrc sembolü  $\beta$  alanına eklenir.

$J_1: M_1 - M_2 - M_3 - M_4$   
 $J_2: M_3 - M_2 - M_1 - M_4$   
 $J_3: M_3 - M_4$   
 $J_4: M_4 - M_2 - M_1 - M_3$



04.04.2021

## $\beta$ alanı için birkaç örnek durum:

$\beta$  işlerin nasıl işlendiğinin ayrıntılarını ve kısıtlamalarını açıklar. Bu alanda Birden fazla sembol olabilir. olası durumların bazıları şunlardır:

### İş erişim süresi (rj) (Release date)

- $\beta$  Alanda (rj) sembolü gösterilirse, j. işin işleme zamanı o işin erişim zammından önce başlayamaz demektir.

### Sıraya bağlı kurulum süreleri (sjk):

- sjk sembolü bir makine k. işi j. işten sonra yapabilmesi için gereken hazırlık süreyi ifade etmektedir.

### Preemptions (prmp):

- Preemption (prmp), bir makinede işlemeye başlayan işi işlemenin sonuna kadar makinede tutmanın gerekli olmadığı anlamına gelir.

### Breakdowns (brkdw):

- Bu durum, makineler sürekli olarak mevcut olmadığında olur.
- Makineler arıza veya periyodik bakım için belirli süre devre dışı kalabilirler.

### Permutation (prmu):

- Makinelerde işlerin işlem görme politikası FIFO olduğu durumdur.

04.04.2021

## γ alanı için birkaç örnek durum:

γ Problemin amaç fonksiyonunu ifade eder ve genellikle yalnızca bir sembol içerir.

- Amaç fonksiyonu için mevcut tüm farklı durumlarda, işlerin tamamlama süresini bir şekilde en aza indirmek için girişimde bulunulur.
- **J**. işin **i**. Makinede tamamlanma zamanı **C<sub>ij</sub>** ile gösterilir.
- **J**. işin sistemde son tamamlanma zamanı **C<sub>j</sub>** ile gösterilir.
- Genellikle amaç fonksiyonu işlerin tamamlanma zamanını ile ilgili ifade edilir.
- Bazı durumlarda amaç, iş teslimindeki gecikmeleri en aza indirmektir. Her görev için gecikme süresi şu şekilde tanımlanır:

$L_j$ : *j. işin gecikmesi*

$d_j$ : *j. işin teslim tarihi*

$T_j$ : *j. işin gecikmesi*

$$L_j = C_j - d_j$$

$$T_j = \max(C_j - d_j, 0) = \max(L_j, 0)$$

04.04.2021

## γ alanı için birkaç örnek durum:

### Makespan (C<sub>max</sub>)

- Bu durumda amaç, işleri mümkün olan en hızlı zamanda yapılabilmesi için en iyi sırayı bulmaktır (son işi en kısa sürede bitirerek).

### Maximum Lateness (L<sub>max</sub>)

- Bu durumda işlerin maksimum gecikme süreleri en aza indirilir.

$$L_{\max} = \min \{ \max \{ L_1, L_2, \dots, L_n \} \}$$

### Total completion time ( $\sum C_j$ )

- Genellikle ürünlerin raf ömrü uzadıkça bakım maliyetleri de artacaktır. Bu nedenle, toplam tamamlanma süresinin en aza indirilmesi, üretim maliyetlerinde bir azalmaya yol açar.

### Total Tardiness ( $\sum T_j$ )

- Amaç, toplam gecikme sürelerini minimize etmektir.

### Örnekler:

1 |  $r_j$ ,  $p_{mp}$  |  $\sum T_j$

$J_m$  | |  $C_{\max}$

$P_m$  |  $r_j$  |  $\sum C_j$

04.04.2021

## Tek Aşamalı tek makinalı sistemlerde çizelgeleme

### En kısa işlem zamanı sıralama (SPT)

- Bu sistemde amaç ortalama akış zamanı en aza indiren çizelgenin belirlenmesidir.

$$F_j = W_j + P_j$$

- Eğer amacımız ortalama akış ve ortalama bekleme zamanını minimize etmek ise o zaman işler arta işlem zamanına göre sıralanır. Bu sıralamaya SPT (shortest processing time ) denir.

Örnek :

04.04.2021

## Tek Aşamalı tek makinalı sistemlerde çizelgeleme

### En erken teslim tarihi sıralama (EDD)

- n işli tek Makineli sistemde maksimum gecikmeyi minimize etmek için işler sıralanır.

Örnek :

04.04.2021

## Tek Aşamalı paralel makinalı sistemlerde çizelgeleme

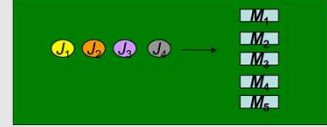
- Sipariş edilen  $n$  adet işin her biri  $m$  adet paralel makinen herhangi birinde yapılabilir.

### Sezgisel algoritma :

#### Adımlar:

- çizelgenememiş bütün işleri uzun işlem süresine göre (LPT) sırala
- işlerin belirlenen sırada her seferinde en iş yüküne sahip makine seçilerek ata
- Tüm işler çizelgeleyene kadar bu 2. adımı tekrarla

#### Örnek:



04.04.2021

## Johnson Algoritması

Johnson algoritması bir grup işin iki makinede ( $n$  iş, iki makine) sırasıyla çalışması sisteminde  $C_{max}$ 'ı veya  $F_{max}$ 'ı minimize etmek için **optimum çözümlü** verir.

#### Adımlar:

- Her işin 1. ve 2. makinedeki en küçük işlem zamanını bulun.  $\text{Min} \{P_{i1}, P_{i2}\}$
- Birinci makinede olan en küçük işlem zamanı olan işleri, Sürelerine göre küçükten büyüğe sıralanır.
- Birinci makinede olan en büyük işlem zamanı olan işleri, Sürelerine göre büyükten küçüğe sıralanır.
- Bu sırayı bozmadan, önce 1. makineye göre sıradaki işleri sonra 2. makineye göre sıradaki işler 1. makinede işlenir.

04.04.2021

Örnek:

04.04.2021

## Revize Johnson Algoritması

Özel şartların sağlanması durumunda, n iş 3 makineden oluşan bir akış tipi çizelgeleme probleminde de Johnson algoritması kullanılabilir. Bunun için sağlanması gereken **özel şartlar** şunlardır:

$$\text{Min}_{i=1}^n \{P_{i1}\} \geq \text{Max}_{i=1}^n \{P_{i2}\} \quad \text{VEYA}$$

$$\text{Min}_{i=1}^n \{P_{i3}\} \geq \text{Max}_{i=1}^n \{P_{i2}\} \quad \text{olmalı}$$

Yani Johnson algoritmasının uygulanabilmesi için aslında M2 makinesinin M1 veya M3 makineleri tarafından domine edilmesi (bastırılması) ve darboğaz oluşturmaması gerekiyor.

Bu şartlar sağlanırsa,

1. makine işlerinin süreleri,  $a_i = P_{i1} + P_{i2}$
2. makine işlerinin süreleri,  $b_i = P_{i3} + P_{i2}$

olarak kabul edilir ve  $a_i$ ,  $b_i$  süreleri kullanılarak Johnson algoritması ile iki kukla makine (M1' ve M2') üzerinden sıralanarak çizelgeleme yapılabilir.

04.04.2021



Örnek:

04.04.2021

## Jackson Algoritması

Jackson algoritması aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır.

n tane iş 4 farklı guruba bölünür:

A gurubu : Sadece 1.makindeki işlem gören işler.

B gurubu : Sadece 2.makindeki işlem gören işler.

C gurubu : Önce 1. makine de sonra 2.makinede işlem gören işler .

D gurubu : Önce 2. makine de sonra 1.makinede işlem gören işler.

**Adımlar:**

- A gurubundaki işleri herhangi bir şekilde sırala ve  $S_A$  sırasını bul.
- B gurubundaki işleri herhangi bir şekilde sırala ve  $S_B$  sırasını bul.
- C gurubundaki işleri Johnson algoritması ile sırala ve  $S_C$  sırasını bul.
- D gurubundaki işleri Johnson algoritması ile sırala ve  $S_D$  sırasını bul.
- 1. Makine için işlerin sıralaması  $S_C-S_A-S_D$  sıralaması şeklinde
- 2. Makine için işlerin sıralaması  $S_D-S_B-S_C$  sıralaması şeklinde

04.04.2021

Örnek:

04.04.2021

## Palmer Sezgiseli

Makine Sayısının 3'den Büyük olduğu durumlarda geliştirilmiş bir sezgisel yöntemdir. Bu yöntemde işler sırasına göre öncelik verilir. Bu amaçla her bir iş için eğim indeksi (Slop Index) tanımlanır, eğim indekslerinin büyükten küçüğe sıralandığı durum uygun iş sırası olarak seçilir.

■ Bu sezgisel iki adımda uygulanır:

1.  $n$  iş  $m$  makineden oluşan bir statik akış tipi atölye sisteminde, her iş için  $A_j$  değerini hesaplayınız:

$$A_j = - \sum_{i=1}^m \{m - (2i - 1)\} p_{ij}$$

2. İşleri  $A_j$  değerlerine göre azalan şekilde sırala.

**Örnek:** Tabloda verilen F3 | Cmax problemini Palmer sezgiselini kullanarak çözünüz.

Machines	$j_1$	$j_2$	$j_3$	$j_4$
$M_1$	6	8	3	4
$M_2$	5	1	5	4
$M_3$	4	4	4	2

04.04.2021

## Palmer Sezgiseli

$$A_j = - \sum_{i=1}^m \{m - (2i - 1)\} p_{ij} = - \sum_{i=1}^3 \{3 - (2i - 1)\} p_{ij}$$

İşlerin  $A_j$  değerleri, aşağıdaki şekilde hesaplanır:

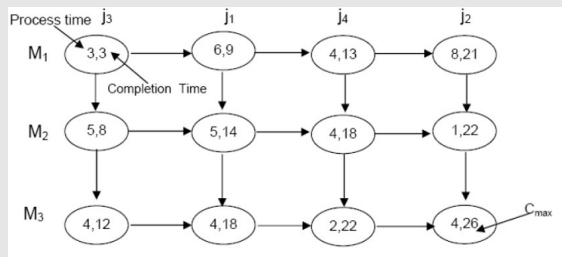
	i=1	i=2	i=3	
	$3-(2-1) = 2$	$3-(2 \times 2-1) = 0$	$3-(2 \times 3-1) = -2$	
Job j	$p_{1j}$	$p_{2j}$	$p_{3j}$	$A_j$
1	6	5	4	-4
2	8	1	4	-8
3	3	5	4	2
4	4	4	2	-4

$A_j$  değerleri azalan şekilde sıralanırsa, aşağıdaki sıralamalar elde edilir:

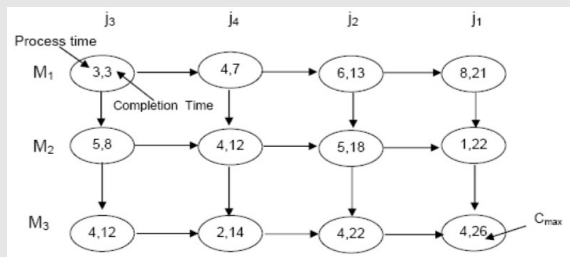
Sıralama 1: {J3, J1, J4, J2}      Sıralama 2: {J3, J4, J1, J2}

04.04.2021

## Palmer Sezgiseli



İlk sıralama için, {J3, J1, J4, J2}, elde edilen yönlendirilmiş ağ.



İkinci sıralama için, {J3, J4, J1, J2}, elde edilen yönlendirilmiş ağ.

**Görülebileceği üzere her iki çözüm için de elde edilen  $C_{max}=26$  olmaktadır.**

04.04.2021

## Campbell, Dudek ve Smith (CDS) Algoritması

- Bu algoritma,  $n$  iş  $m$  makineden ( $m > 2$ ) oluşan bir problemi,  $p$  adet  $n$  iş alt-problemine dönüştürür ( $p = m - 1$ ). Her bir problem Johnson algoritması kullanılarak çözülür ve  $C_{max}$  değerleri bulunur.
- Alt problemlerden minimum  $C_{max}$  değerini veren çizelge, genel çizelge olarak kabul edilir.
- Aşağıdaki 4 iş – 3 makine problemini dikkate alırsak:

Jobs	$M_1$	$M_2$	$M_3$
$j_1$	$P_{11}$	$P_{21}$	$P_{31}$
$j_2$	$P_{12}$	$P_{22}$	$P_{32}$
$j_3$	$P_{13}$	$P_{23}$	$P_{33}$
$j_4$	$P_{14}$	$P_{24}$	$P_{34}$

2 adet alt problem oluşacaktır.

04.04.2021

## Campbell, Dudek ve Smith (CDS) Algoritması

- İlk problemde,  $M_1$  makinesi  $M_1'$  kukla makinesi gibi,  $M_3$  makinesi ise  $M_2'$  kukla makinesi gibi düşünülerek Johnson algoritması ile çözülür.

Jobs	$M_1' = M_1$	$M_2' = M_3$
$j_1$	$P_{11}$	$P_{31}$
$j_2$	$P_{12}$	$P_{32}$
$j_3$	$P_{13}$	$P_{33}$
$j_4$	$P_{14}$	$P_{34}$

- İkinci alt problem ise  $M_1 + M_2$ 'nin  $M_1'$ ,  $M_2 + M_3$ 'ün  $M_2'$  gibi dikkate alınması ile oluşturulur.

Jobs	$M_1' = M_1 + M_2$	$M_2' = M_2 + M_3$
$j_1$	$P_{11} + P_{21}$	$P_{21} + P_{31}$
$j_2$	$P_{12} + P_{22}$	$P_{22} + P_{32}$
$j_3$	$P_{13} + P_{23}$	$P_{23} + P_{33}$
$j_4$	$P_{14} + P_{24}$	$P_{24} + P_{34}$

04.04.2021

## Campbell, Dudek ve Smith (CDS) Algoritması

### CDS algoritması için geliştirilmiş formül:

This implies that the surrogate problems data will be in generated as follows:

For  $k = 1, \dots, m-1$  and  $j = 1, \dots, n$  then,

$$M_1' = \sum_i^k P_{ij} \text{ and } M_2' = \sum_{i=m-k+1}^m P_{ij}$$

Where:

$M_1'$  = the processing time for the first machine  
 $M_2'$  = the processing time for the second machine

	$M_1$	$M_2$	$\dots$	$M_m$
$S_1$	$M_1$			$M_m$
$S_2$	$M_1+M_2$			$M_{m-1}+M_m$
$S_3$	$M_1+M_2+M_3$			$M_{m-2}+M_{m-1}+M_m$
$S_{m-1}$	$M_1+M_2+\dots+M_{m-1}$			$M_2+M_3+\dots+M_m$

04.04.2021

## Campbell, Dudek ve Smith (CDS) Algoritması

### CDS Algoritması İçin Geliştirilmiş Formül

$$M_1' = P_{i1}$$

$$M_2' = P_{im}$$

$$M_1' = P_{i1} + P_{i2}$$

$$M_2' = P_{im-1} + P_{im}$$

$$M_1' = P_{i1} + P_{i2} + P_{i3}$$

$$M_2' = P_{im-2} + P_{im-1} + P_{im}$$

⋮

⋮

$$M_1' = P_{i1} + P_{i2} + \dots + P_{im-1}$$

$$M_2' = P_{i2} + P_{i3} + \dots + P_{im}$$

(m) makineli bir sistemden (m-1) adet 2 makineli sistem elde edilir ve Johnson algoritması uygulanan bu (m-1) çizelgeden minimum  $C_{max}$  sahip sıra seçilir.

04.04.2021

## Campbell, Dudek ve Smith (CDS) Algoritması

**Örnek:** Aşağıda verilen 4-iş 3-makineden oluşan akış tipi çizelgeleme problemini CDS algoritmasını kullanarak  $C_{max}$ 'ı minimize etmek amacıyla çözüünüz.

	j <sub>1</sub>	j <sub>2</sub>	j <sub>3</sub>	j <sub>4</sub>
M <sub>1</sub>	6	8	3	4
M <sub>2</sub>	5	1	5	4
M <sub>3</sub>	4	4	4	2

3 adet makine olduğu için  $m-1=2$  adet alt problem oluşacaktır. CDS ile çözüm aşağıdaki gibi yapılır.

- **Alt Problem-1:** M1 makinesi M1' kukla makinesi, M3 makinesi de M2' kukla makinesi olarak düşünülür.

	j <sub>1</sub>	j <sub>2</sub>	j <sub>3</sub>	j <sub>4</sub>
M <sub>1</sub> ' = M <sub>1</sub>	6	8	3	4
M <sub>2</sub> ' = M <sub>3</sub>	4	4	4	2

Johnson kuralı uygulanarak sıralama J3-J1-J2-J4 veya J3-J2-J1-J4 olarak elde edilir.

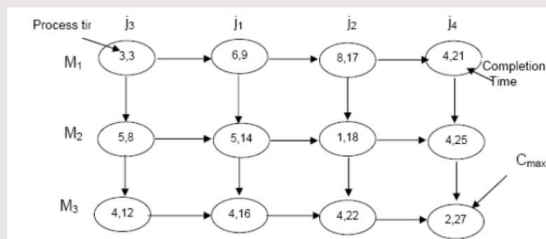
04.04.2021

## Campbell, Dudek ve Smith (CDS) Algoritması

İlk sıralamaya göre aşağıdaki gibi bir tablo elde edilir:

	j <sub>3</sub>	j <sub>1</sub>	j <sub>2</sub>	j <sub>4</sub>
M <sub>1</sub> ' = M <sub>1</sub>	3	6	8	4
M <sub>2</sub> ' = M <sub>3</sub>	4	4	4	2

Yönlendirilmiş ağ ile ilk sıralamanın çizelge olarak gösterilmesi aşağıdaki gibi olur:



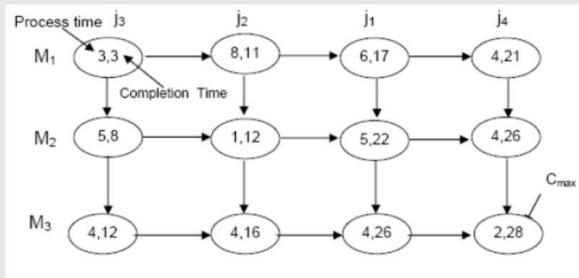
04.04.2021

## Campbell, Dudek ve Smith (CDS) Algoritması

İkinci sıralamaya göre aşağıdaki gibi bir tablo elde edilir:

	$J_3$	$J_2$	$J_1$	$J_4$
$M_1' = M_1$	3	8	6	4
$M_2' = M_3$	4	4	4	2

Yönlendirilmiş ağ ile ikinci sıralamanın çizelge olarak gösterilmesi ise aşağıdaki gibi olur:



04.04.2021

## Campbell, Dudek ve Smith (CDS) Algoritması

- **Alt problem-2:** Orijinal problemdeki veriler kullanılarak ikinci alt problem aşağıdaki gibi elde edilir:

	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$
$M_1' = M_1 + M_2$	11	9	8	8
$M_2' = M_2 + M_3$	9	5	9	6

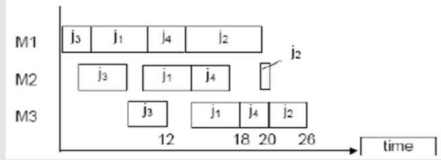
Bu durumda Johnson kuralı ile elde edilecek olan sıralama ise  $J_3$ - $J_1$ - $J_4$ - $J_2$  olur.  $C_{max}$  ise tabloda gösterildiği gibi 26 olarak elde edilir.

Machine	$J_3$	$J_1$	$J_4$	$J_2$	$C_3$	$C_1$	$C_4$	$C_2$	$C_{max}$
$M_1$	3	6	4	8	3	9	13	21	
$M_2$	5	5	4	1	8	14	18	22	
$M_3$	4	4	2	4	12	18	20	26	26

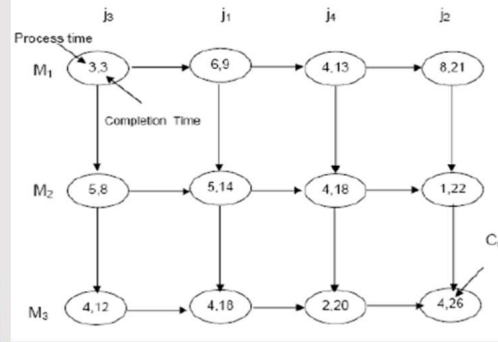
04.04.2021

## Campbell, Dudek ve Smith (CDS) Algoritması

- J3-J1-J4-J2 sıralaması alt problemlerde en iyi Cmax değerini veren sıralama olduğu için bu sıralama en iyi sıralama olarak kabul edilir ve orijinal problem için çizelge oluşturulur.



Sonuç olarak minimum Cmax değeri J3-J1-J4-J2 sıralaması kullanılarak 26 olarak bulunmuştur.



04.04.2021

## Nawaz, Encsor ve Ham (NEH) Algoritması

- NEH algoritması iterasyonlar şeklinde ilerler. Algoritmanın çalışma prensibini açıklayan adımlar aşağıdaki gibidir:
- Adım-1: Her bir işin, toplam iş süresi (tüm makinelerde yapılması gereken sürelerin toplamı) bulunur:  $T_j = \sum_{i=1}^m p_{ij}$
- Adım-2: İşler  $T_j$  değerlerine göre azalan şekilde bir listede sıralanır.
- Adım-3: Listedeki ilk iki iş seçilir ve yerleri değiştirilerek iki alternatif kısmi sıralama oluşturulur. Bu durumda oluşturulan kısmi sıralamaların çizelgelenmesi sonucu oluşacak Cmax değerleri bulunur. Cmax değeri yüksek olan sıralama göz ardı edilir. Cmax değeri düşük olan sıralama 'mevcut sıralama' olarak adlandırılır.
- Adım-4: Listedeki bir sonraki iş seçilir ve mevcut sıralamadaki tüm yerlere koyularak deneme yapılır. Elde edilecek tüm sıralamaların Cmax değerleri hesaplanır.
- Adım-5: Cmax değeri yüksek olan sıralama göz ardı edilir. Cmax değeri düşük olan sıralama 'mevcut sıralama' olarak adlandırılır.
- Adım-6: Listede sıralanmamış iş kaldıysa Adım-4'e dönülür, yoksa algoritma sonlandırılır.

04.04.2021



## Nawaz, Encsor ve Ham (NEH) Algoritması

**Örnek:** Aşağıdaki F3 | | Cmax problemini NEH algoritması yardımıyla çözünüz:

	j <sub>1</sub>	j <sub>2</sub>	j <sub>3</sub>	j <sub>4</sub>
M <sub>1</sub>	6	8	3	4
M <sub>2</sub>	5	1	5	4
M <sub>3</sub>	4	4	4	2

**Çözüm:** İşlerin  $T_j$  değerleri hesaplanır.

	j <sub>1</sub>	j <sub>2</sub>	j <sub>3</sub>	j <sub>4</sub>
M <sub>1</sub>	6	8	3	4
M <sub>2</sub>	5	1	5	4
M <sub>3</sub>	4	4	4	2
$T_j$	15	13	12	10

$T_j$  değerlerine göre azalan liste: J1-J2-J3-J4

04.04.2021

## Nawaz, Encsor ve Ham (NEH) Algoritması

- Listenin ilk iki sırasındaki işler (J1 ve J2)'den oluşan kısmi sıralamalar:  $S_{12**} = \{J_1, J_2, *, *\}$  veya  $S_{21**} = \{J_2, J_1, *, *\}$  şeklinde olabilir.
- $S_{12**}$  kısmi sıralaması için oluşan kısmi çizelgenin Cmax değeri **19** olur:

	j <sub>1</sub>	j <sub>2</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>max</sub>
M <sub>1</sub>	6	8	6	14	
M <sub>2</sub>	5	1	11	15	
M <sub>3</sub>	4	4	15	19	19

- $S_{21**}$  kısmi sıralaması için oluşan kısmi çizelgenin Cmax değeri ise **23** olur:

	j <sub>2</sub>	j <sub>1</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>max</sub>
M <sub>1</sub>	8	6	8	14	
M <sub>2</sub>	1	5	9	19	
M <sub>3</sub>	4	4	13	23	23

04.04.2021

## Nawaz, Encsor ve Ham (NEH) Algoritması

- İki sıralama karşılaştırılırsa,  $S_{12^{**}}$  sıralamasının diğerine göre üstün olduğu görülür. Dolayısıyla bundan sonraki araştırmalar  $S_{12^{**}}$  sıralaması üzerinden devam edecek,  $S_{21^{**}}$  sıralaması göz ardı edilecektir.

Schedule	$C_{max}$
$S_{21^{**}}: (j_2, j_1, *, *)$	23
$S_{12^{**}}: (j_1, j_2, *, *)$	19

- Şimdi, listede  $J_1$  ve  $J_2$  işlerinden sonra gelen,  $J_3$  işi için denemeler yapılacaktır.
- $J_3$  işi, mevcut sıralamada 3 farklı şekilde yerleştirilebilir:
  - $J_1$  işinden önce: Yeni kısmi sıralama  $S_{312^*} = \{J_3, J_1, J_2, *\}$
  - $J_1$  işinden sonra: Yeni kısmi sıralama  $S_{132^*} = \{J_1, J_3, J_2, *\}$
  - $J_2$  işinden sonra: Yeni kısmi sıralama  $S_{123^*} = \{J_1, J_2, J_3, *\}$

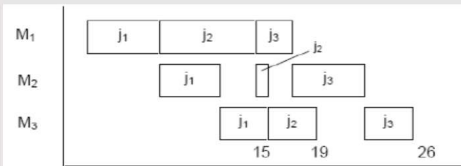
04.04.2021

## Nawaz, Encsor ve Ham (NEH) Algoritması

$S_{123^*} = \{J_1, J_2, J_3, *\}$  kısmi sıralaması için  $C_{max}$  hesaplaması aşağıdaki gibidir:

	$j_1$	$j_2$	$j_3$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_{max}$
$M_1$	6	8	3	6	14	17	
$M_2$	5	1	5	11	15	22	
$M_3$	4	4	4	15	19	26	26

$S_{123^*} = \{J_1, J_2, J_3, *\}$  kısmi sıralaması için Gantt şeması:



04.04.2021

## Nawaz, Encsor ve Ham (NEH) Algoritması

$S_{312*} = \{J_3, J_1, J_2, *\}$  kısmi sıralaması için  $C_{max}$  hesaplaması aşağıdaki gibidir:

	$j_3$	$j_1$	$j_2$	$C_3$	$C_1$	$C_2$	$C_{max}$
$M_1$	3	6	8	3	9	17	
$M_2$	5	5	1	8	14	18	
$M_3$	4	4	4	12	18	22	22

Son olarak,  $S_{132*} = \{J_1, J_3, J_2, *\}$  kısmi sıralaması için  $C_{max}$  hesaplaması aşağıdaki gibidir:

	$j_1$	$j_3$	$j_2$	$C_1$	$C_3$	$C_2$	$C_{max}$
$M_1$	6	3	8	6	9	17	
$M_2$	5	5	1	11	16	18	
$M_3$	4	4	4	15	20	24	24

04.04.2021

## Nawaz, Encsor ve Ham (NEH) Algoritması

- Elde edilen kısmi çizelgeler kıyaslandığında,  $S_{312*} = \{J_3, J_1, J_2, *\}$  kısmi çizelgesinin minimum  $C_{max}$  oluşturduğu gözlenir.

Partial Schedule	$C_{max}$
$S_{123*} (j_1, j_2, j_3, *)$	26
$S_{312*} (j_3, j_1, j_2, *)$	22
$S_{132*} (j_1, j_3, j_2, *)$	24

- Dolayısıyla araştırmaya  $S_{312*} = \{J_3, J_1, J_2, *\}$  kısmi çizelgesi üzerinden devam edilir.

04.04.2021

## Nawaz, Encsor ve Ham (NEH) Algoritması

- Şimdi, listede  $J_1$ ,  $J_2$  ve  $J_3$  işlerinden sonra gelen, son iş olan  $J_4$  için denemeler yapılacaktır.
- $J_4$  işi, mevcut sıralamada 4 farklı şekilde yerleştirilebilir:
  - $J_3$  işinden önce: Yeni kısmi sıralama  $S_{4312} = \{J_4, J_3, J_1, J_2\}$
  - $J_3$  işinden sonra: Yeni kısmi sıralama  $S_{3412} = \{J_3, J_4, J_1, J_2\}$
  - $J_2$  işinden önce: Yeni kısmi sıralama  $S_{3142} = \{J_3, J_1, J_4, J_2\}$
  - $J_2$  işinden sonra: Yeni kısmi sıralama  $S_{3124} = \{J_3, J_1, J_2, J_4\}$

$S_{4312} = \{J_4, J_3, J_1, J_2\}$  kısmi sıralaması için  $C_{max}$  hesaplaması aşağıdaki gibidir.

	$j_4$	$j_3$	$j_1$	$j_2$	$C_4$	$C_3$	$C_1$	$C_2$	$C_{max}$
$M_1$	4	3	6	8	4	7	13	21	
$M_2$	4	5	5	1	8	13	18	22	
$M_3$	2	4	4	4	10	17	22	26	26

04.04.2021

## Nawaz, Encsor ve Ham (NEH) Algoritması

$S_{3412} = \{J_3, J_4, J_1, J_2\}$  kısmi sıralaması için  $C_{max}$  hesaplaması aşağıdaki gibidir.

	$j_3$	$j_4$	$j_1$	$j_2$	$C_3$	$C_4$	$C_1$	$C_2$	$C_{max}$
$M_1$	3	4	6	8	3	7	13	21	
$M_2$	5	4	5	1	8	12	18	22	
$M_3$	4	2	4	4	12	14	22	26	26

$S_{3142} = \{J_3, J_1, J_4, J_2\}$  kısmi sıralaması için  $C_{max}$  hesaplaması aşağıdaki gibidir.

	$j_3$	$j_1$	$j_4$	$j_2$	$C_3$	$C_1$	$C_4$	$C_2$	$C_{max}$
$M_1$	3	6	4	8	3	9	13	21	
$M_2$	5	5	4	1	8	14	18	22	
$M_3$	4	4	2	4	12	18	20	26	26

04.04.2021

## Nawaz, Encsor ve Ham (NEH) Algoritması

Son olarak,  $S_{3124} = \{J_3, J_1, J_2, J_4\}$  kısmi sıralaması için  $C_{max}$  hesaplaması aşağıdaki gibidir.

	$j_3$	$j_1$	$j_2$	$j_4$	$C_3$	$C_1$	$C_2$	$C_4$	$C_{max}$
$M_1$	3	6	8	4	3	9	17	21	
$M_2$	5	5	1	4	8	14	18	25	
$M_3$	4	4	4	2	12	18	19	27	27

Elde edilen kısmi çizelgeler kıyaslandığında, üç alternatif sıralama için aynı  $C_{max}$  değerinin (26 zb) elde edildiği görülür.

Schedule	$C_{max}$
$S_{3124} : (j_3, j_1, j_2, j_4)$	27
$S_{3124} : (j_4, j_3, j_1, j_2)$	26
$S_{3412} : (j_3, j_4, j_1, j_2)$	26
$S_{3142} : (j_3, j_1, j_4, j_2)$	26

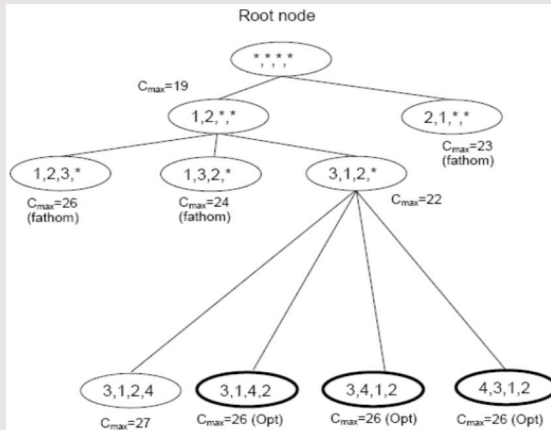
Bu durumda üç alternatif çözüm vardır:

$\{4, J_3, J_1, J_2\}$ ;  $\{3, J_4, J_1, J_2\}$  veya  $\{3, J_1, J_4, J_2\}$

04.04.2021

## Nawaz, Encsor ve Ham (NEH) Algoritması

- NEH algoritması için elde edilen çözümün aşamalarını gösteren arama ağacı aşağıdaki gibi gösterilebilir.



04.04.2021

## Kaynaklar

- Planning and Scheduling in Manufacturing and Services, By Michael Pinedo, Springer, 2005.
- Çizelgeleme Ders Notları , Doç. Dr. İbrahim KÜÇÜKKOÇ